

9-mavzu: Tartibini pasaytirish mumkin bo'lgan tenglamalar. Tenglamada noma'lum funksiya va uning hosilalari oshkor ko'rinishda qatnashmagan hol

REJA:

1. Tartibini pasaytirish usuli tushunchasi.
2. Tenglamada noma'lum funksiya yoki uning hosilasi oshkor ko'rinishda bo'lmagan hol.
3. Yangi o'zgaruvchi kiritish orqali tenglama tartibini kamaytirish.
4. Amaliy misollar yechimi.
5. Fizikaga oid modellashtirish misollari.
6. Mustaqil yechish uchun topshiriqlar.
7. Nazorat savollari.

1. Tartibini pasaytirish haqida umumiy tushuncha

Ba'zi differensial tenglamalar o'zgaruvchi yoki noma'lum funksiya (yoki uning hosilasi) oshkor ko'rinishda ishtirok etmaydi. Bunday tenglamalar o'zining ko'rinishiga qarab, o'zgartirishlar yordamida tartibini kamaytirish mumkin.

Masalan, agar tenglamada faqat y'' , y' qatnashib, y qatnashmasa, biz yangi o'zgaruvchi kiritish orqali uni birinchi tartibli tenglamaga keltirishimiz mumkin.

2. Noma'lum funksiya yoki uning hosilasi oshkor bo'lmagan hol

A) Noma'lum funksiya y oshkor qatnashmagan:

$$F(y', y'', x) = 0$$

Bu holatda $y'=p(x)$ deb belgilab, natijada $y''=p'$, shunda:

$$F(p, p', x) = 0$$

Hosil bo'lgan tenglama birinchi tartibli tenglama bo'lib, ppp ni topamiz, so'ngra:

$$y = \int p(x) dx + C$$

B) Noma'lum funksiya hosilasi y' oshkor qatnashmagan:

$$F(y, y'', x) = 0$$

Bu holatda $y'' = \frac{d}{dx}y' = \frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dx}\right)$, lekin y' yo'q. Shunda odatda $y=u$, $y''=u''$ ko'rinishida olib, to'g'ridan-to'g'ri integrallash mumkin bo'ladi.

3. Tartibni kamaytirish usuli — Yangi o'zgaruvchi kiritish

Eng ko'p ishlatiladigan o'zgaruvchilar:

- $p=y'$, natijada $y''=p'$
- $p = \frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{dp}{dx}$

Birinchi tartibli tenglamalarga keltiriladigan ikkinchi tartibli differensial tenglamalarning ba'zi tiplarini qaraymiz.

$$\frac{d^2y}{dx^2} = f\left(x, \frac{dy}{dx}\right) \quad (1)$$

ko'rinishdagi tenglama noma'lum y funksiyani oshkor holda o'z ichiga olmaydi.

Yechish: $\frac{dy}{dx}$ hosilalarni p bilan belgilaymiz, ya'ni $\frac{dy}{dx} = p$. Bu holda

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{dp}{dx}.$$

Hosilalarning bu ifodalarini (1) tenglamaga qo'yib, x ning noma'lum p funksiyasiga nisbatan birinchi tartibli

$$\frac{dp}{dx} = f(x, p)$$

tenglamani hosil qilamiz. Bu tenglamani integrallab, uning

$$p = p(x, C_1)$$

umumiy yechimni topamiz, undan keyin $\frac{dy}{dx} = p$ munosabatdan (1) tenglamaning

$$y = \int p(x, C_1)dx + C_2$$

umumiy integralni topamiz.

1-misol. Zanjir chiziqning

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{1}{a} \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$$

differensial tenglamani qaraymiz.

$$\frac{dy}{dx} = p$$

deb belgilaymiz. U holda

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{dp}{dx'}$$

demak, x ning yordamchi p funksiyasiga nisbatan birinchi tartibli

$$\frac{dp}{dx} = \frac{1}{a} \sqrt{1+p^2}$$

differensial tenglama hosil bo'ladi.

O'zgaruvchilarni ajratsak,

$$\frac{dp}{\sqrt{1+p^2}} = \frac{dx}{a}.$$

Bundan

$$\ln(p + \sqrt{1+p^2}) = \frac{x}{a} + C_1, \quad p = \frac{1}{2} \left(e^{\frac{x}{a} + C_1} - e^{-\frac{x}{a} - C_2} \right).$$

Ammo

$$\frac{dy}{dx} = p$$

bo'lgani uchun keying munosabat izlanayotgan y funksiyaga nisbatan differensial tenglamani ifodalaydi. Uni integrallasak, zanjir chiziqning tenglamasi hosil bo'ladi:

$$y = \frac{a}{2} \left(e^{\frac{x}{a} + C_1} - e^{-\frac{x}{a} - C_1} \right) + C_2.$$

Ushbu

$$y_{x=0} = a, \quad y'_{x=0} = 0$$

boshlang'ich shartlarni qanoatlantiruvchi xususiy yechimni topamiz.

Birinchi shartdan $C_2 = 0$, ikkinchi shartdan esa $C_1 = 0$ ekani ko'rinadi.

natijada

$$y = \frac{a}{2} \left(e^{\frac{x}{a}} - e^{-\frac{x}{a}} \right)$$

tenglamani hosil qilamiz.

Izoh. Shunday usul bilan

$$y^{(n)} = f(x, y^{(y-1)})$$

Tenglamani ham integrallash mumkin. $y^{(y-1)} = p$ deb olib, p ni aniqlash uchun birinchi tartibli

$$\frac{dp}{dx} = f(x, p)$$

tenglamani hosil qilamiz.

Bundan p ni x ning funksiyasi ko‘rinishda ifodalab, $y^{(y-1)} = p$ munosabatdan y ni topamiz.

x erkli o‘zgaruvchini oshkor holda o‘z ichiga olmagan

$$\frac{d^2y}{dx^2} = f\left(y, \frac{dy}{dx}\right) \quad (2)$$

ko‘rinishdagi tenglama.

Bu tenglamani yechish uchun yana

$$\frac{dy}{dx} = p \quad (3)$$

deb olamiz. Ammo endi p ni oldingidek x ning funksiyasi emas, balki y ning funksiyasi deb hisoblaymiz. Bu holda

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{dp}{dx} = \frac{dp}{dy} \cdot \frac{dy}{dx} = \frac{dp}{dy} p.$$

$\frac{dy}{dx}$ va $\frac{d^2y}{dx^2}$ hosilalarning ifodalarini (2) tenglamaga qo‘yib, yordamchi p funksiyaga nisbatan birinchi tartibli

$$p \frac{dp}{dy} = f(y, p) \quad (4)$$

tenglamani hosil qilamiz. Buni integrallab p ni y va ixtiyoriy C_1 o‘zgarmas miqdorning funksiyasi kabi aniqlaymiz:

$$p = p(y, C_1)$$

Bu qiymatni (3) tenglamaga qo‘ysak, x ning y funksiyasi uchun birinchi tartibli

$$\frac{dy}{dx} = p(y, C_1)$$

differensial tenglama hosil bo‘ladi. O‘zgaruvchilarni ajratamiz:

$$\frac{dy}{p(y, C_1)} = dx$$

Bu tenglamani integrallab, dastlabki tenglamaning

$$\Phi(x, y, C_1, C_2) = 0$$

umumiy integralni topamiz.

2-misol.

$$3y'' = y^{-\frac{5}{3}}$$

tenglamaning umumiy integrali topilsin.

Yechish: p ni y ning funksiyasi ekanini bilgan holda $\frac{dy}{dx} = p$ deb olamiz.

Bu holda $y'' = p \frac{dp}{dy}$ bo'ladi va biz yordamchi p funksiya uchun birinchi tartibli tenglama hosil qilamiz:

$$3p \frac{dp}{dy} = y^{-\frac{5}{3}}.$$

Bu tenglamani integrallaymiz:

$$p^2 = C_1 - y^{-\frac{2}{3}}, \text{ ya'ni } p = \pm \sqrt{C_1 - y^{-\frac{2}{3}}}$$

Ammo $= \frac{dy}{dx}$, demak, y ni aniqlash uchun

$$\pm \frac{dy}{\sqrt{C_1 - y^{-\frac{2}{3}}}} = dx \text{ yoki } \frac{dy}{\pm \sqrt{C_1 y^{\frac{2}{3}} - 1}} = dx$$

tenglamani hosil qilamiz, bundan:

$$x + C_2 = \pm \int \frac{y^{\frac{1}{3}} dy}{\sqrt{C_1 y^{\frac{2}{3}} - 1}}.$$

keyingi integralni hisoblash uchun

$$C_1 y^{\frac{2}{3}} - 1 = t^2$$

almashtirishni bajaramiz. Bu holda

$$y^{\frac{1}{3}} = (t^2 + 1)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{C_1^{\frac{1}{2}}}; \quad dy = 3t(t^2 + 1)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{C_1^{\frac{2}{3}}} dt.$$

Demak,

$$\int \frac{y^{\frac{1}{3}} dy}{\sqrt{C_1 y^{\frac{2}{3}} - 1}} = \frac{1}{C_1^2} \int \frac{3t(t^2 + 1)}{t} dt = \frac{3}{C_1^2} \left(\frac{t^3}{3} + t \right)$$

$$= \frac{1}{C_1^2} \sqrt{C_1 y^{\frac{2}{3}} - 1} \left(C_1 y^{\frac{2}{3}} + 2 \right).$$

Oxirida

$$x + C_2 = \pm \frac{1}{C_1^2} \sqrt{C_1 y^{\frac{2}{3}} - 1} \left(C_1 y^{\frac{2}{3}} + 2 \right).$$

ekanligini topamiz.

3-misol. Nuqta Ox o'q bo'ylab faqat nuqtaning vaziyatiga bog'liq bo'lgan kuch ta'siri ostida harakat qiladi deb faraz qilaylik. Harakatning differensial tenglamasi

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = F(x).$$

$t = 0$ bo'lganda $x = x_0$, $\frac{dx}{dt} = v_0$ bo'lsin.

Tenglamaning ikkala tomonini $\frac{dx}{dt} dt$ ga ko'paytiramiz va 0 dan t gacha integrallaymiz:

$$\frac{1}{2} m \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = \int_{x_0}^x F(x) dx.$$

yoki

$$\frac{1}{2} m \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left[- \int_{x_0}^x F(x) dx \right] = \frac{1}{2} m v_0^2 = \text{cons.}$$

Keying tenglamaning birinchi qo'shiluvchisi harakatdagi nuqtaning kinetik, ikkinchi qo'shiluvchi esa uning potensial energiyasidir. Hosil qilingan tenglamadan kinetic va potensial energiyalar yig'indisi butun harakat davomida o'zgarmas miqdordir degan natija kelib chiqadi.

Matematik tebrangich haqida masala. Massasi m bo'lgan moddiy nuqta og'irlik kuchi ta'sirida vertical tekislikda yotuvchi L aylana bo'ylab harakat qilsin. Qarshilik kuchlarini (ya'ni ishqalanish kuchi, havoning qarshilik kuchi va boshqalar) e'tiborga olmasdan nuqta harakatining tenglamasini topamiz. Koordinata boshini aylananing eng pastki nuqtasiga joylashtiramiz, Ox o'qni aylanaga o'tkazilgan urinma bo'yicha yunaltiramiz.

Aylananing radiusini l bilan, koordinatalar boshidan m massa joylashgan o'zgaruvchi M nuqttagacha bo'lgan yoy uzunligini s bilan belgilaymiz, ammo bu uzunlikni tegishli ishora bilan olamiz (agar M nuqta O nuqtadan o'ngda bo'lsa, $s > 0$, agar M nuqta O nuqtadan chapda bo'lsa, $s < 0$).

Bizning vazifamiz s bilan t orasidagi munosabatni topishdan iborat.

mg og'irlik kuchini tangensial va normal tashkil etuvchilarga ajratamiz. Bulardan birinchisi $g \sin \varphi$ bo'lib, harakatni vujudga keltiradi, ikkinchisi esa m massa harakat qiladigan egri chiziqning reaksiyasi ta'sirida yo'qoladi.

Shunday qilib, harakat tenglamasi

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -mg \sin \varphi$$

ko'rinishda bo'ladi. Ammo aylana uchun burchak $\varphi = \frac{s}{l}$ bo'lgani sababli

$$\frac{ds}{dt} = p; \frac{d^2 s}{dt^2} = \frac{dp}{ds} p.$$

Demak,

$$p \frac{dp}{ds} = -g \sin \frac{s}{l}$$

Yoki

$$p dp = -g \sin \frac{s}{l} ds.$$

Bundan

$$p^2 = 2gl \cos \frac{s}{l} + C_1.$$

M nuqta og'adigan eng katta yoy uzunligini s_0 bilan belgilaymiz. $s = s_0$ bo'lganda nuqta harakatining tezligi nolga teng:

$$\left. \frac{ds}{dt} \right|_{s=s_0} = p|_{s=s_0} = 0.$$

Bu C_1 ni aniqlash uchun imkon beradi:

$$0 = 2gl \cos \frac{s_0}{l} + C_1,$$

Bundan

$$C_1 = -2gl \cos \frac{s_0}{l}.$$

Shuning uchun

$$p^2 = \left(\frac{ds}{dt}\right)^2 = 2gl \left(\cos \frac{s}{l} - \sin \frac{s_0}{l}\right).$$

Keying ifodaga kosinuslar ayirmasi formulasini tatbiq etamiz:

$$\left(\frac{ds}{dt}\right)^2 = 4gl \sin \frac{s+s_0}{2l} \sin \frac{s_0-s}{2l} \quad (5)$$

Biz ildiz oldida qo‘shuv ishora olamiz. Masalani yechgandan keyin berilgan eslatmadan ayiruv ishora olinadigan holni qarab chiqish uchun ehtiyoj yo‘q ekani kelib chiqadi.

$$\frac{ds}{dt} = 2\sqrt{gl} \sqrt{\sin \frac{s+s_0}{2l} \sin \frac{s_0-s}{2l}} \quad (6)$$

Bu tenglama o‘zgaruvchilari ajraladigan tenglamadir. O‘zgaruvchilarni ajratamiz:

$$\frac{ds}{\sqrt{\sin \frac{s+s_0}{2l} \sin \frac{s_0-s}{2l}}} = 2\sqrt{gl} dt. \quad (7)$$

Hozircha $s_0 \neq s$ deb faraz qilsak, kasrning maxraji noldan farqli bo‘ladi. Agar $t = 0$ bo‘lganda $s = 0$ deb olsak $\frac{ds}{\sqrt{\sin \frac{s+s_0}{2l} \sin \frac{s_0-s}{2l}}} = 2\sqrt{gl} dt$ tenglamadan

$$\int_0^\pi \frac{ds}{\sqrt{\sin \frac{s+s_0}{2l} \sin \frac{s_0-s}{2l}}} = 2\sqrt{gl} t \quad (8)$$

Munosabat hosil bo‘ladi. Bu tenglik s bilan t orasidagi bo‘lanishni beradi. Chap tomondagi integral elementar funksiyalar bilan ifodalanmaydi t ning s funksiyasi ham elementar funksiyalar bilan ifodalanmaydi. Qo‘yilgan masalani taqribiy yechishni ko‘rib chiqamiz. $\frac{s_0}{l}$ va $\frac{s}{l}$ burchaklarni kichik burchaklar deb olaylik. $\frac{s+s_0}{2l}$ va $\frac{s_0-s}{2l}$ burchaklar $\frac{s_0}{l}$ burchakdan katta mo‘la olmaydi. (6) tenglamani burchaklar sinuslarini o‘sha burchaklarning o‘zi bilan almashtiramiz:

$$\frac{ds}{dt} = 2\sqrt{gl} \sqrt{\frac{s+s_0}{2l} \cdot \frac{s_0-s}{2l}}$$

yoki

$$\frac{ds}{dt} = \sqrt{\frac{g}{l}} \sqrt{(s_0^2 - s^2)} \quad (6')$$

O‘zgaruvchilarni ajratamiz (hozir ham $s_0 \neq s$ deb faraz qilamiz):

$$\frac{ds}{\sqrt{(s_0^2 - s^2)}} = \sqrt{\frac{g}{l}} dt \quad (7')$$

Yana $t = 0$ bo'lganda $s = 0$ deb hisoblaymiz. Keying tenglamani integrallaymiz:

$$\int_0^\pi \frac{ds}{\sqrt{(s_0^2 - s^2)}} = \sqrt{\frac{g}{l}} t \quad (8')$$

yoki

$$\arcsin \frac{s}{s_0} = \sqrt{\frac{g}{l}} t.$$

Bundan

$$s = s_0 \sin \sqrt{\frac{g}{l}} t \quad (9)$$

Izoh. Masalani yechishda biz $s_0 \neq s$ deb olgan edik, ya'ni $\sin \sqrt{\frac{g}{l}} t \neq 0$ bo'lishi kerak. Lekin bevosita o'rniga qo'yish yo'li bilan (9) funksiya t ning har qanday qiymatida ham (6') tenglamaning yechimi bo'lishiga ishonch hosil qila olamiz.

(9) yechim (5) tenglamaning taqribiy yechimi ekanini eslatib o'tamiz, chunki biz (6) tenglamaning taqribiy (6') tenglama bilan almashtirgan edik.

(9) tenglik M nuqta (bu nuqtani tebranishni uchi deb qarash mumkin)

tebranish davri $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ bo'lgan garmonik tebranish bajarishini ko'rsatadi. Bu davr tebranishning s_0 amplitudasiga bog'liq emas.

4-misol. ikkinchi kosmik tezlik haqida masala.

Jism yerga qytib tushmasligi uchun uni qanday eng kichik tezlik bilan yuqoriga vertikal otish kerak? Havoning qarshiligini hisobga olmang.

Yechish. yerning massasini M bilan, otilgan jism massasini esa m bilan belgilaymiz. Nyutonning tortishish qonuniga muvofiq massasi m bo'lgan jismga ta'sir etuvchi (F) tortishish kuchi:

$$F = k \frac{M \cdot m}{r^2}$$

bo'ladi, bundagi r –Yerning markazi bilan otilgan jismning og'irlik markazi orasidagi masofa, k –gravitsion doimiy.

yuqorida aytilgan massasi m bo'lgan jism harakayining differensial tenglamasi

$$m \frac{d^2 r}{dt^2} = -k \frac{M \cdot m}{r^2}$$

yoki

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = -k \frac{M}{r^2} \quad (10)$$

bo'ladi.

Biz bunda minus ishora olganimizning sababi masalada tezlanishning manfiy ekanligidir. (10) tenglama (2) ko'rinishdagi differensial tenglamadir. Bu tenglamani quyidagi boshlang'ich shartlarga asosan yechamiz:

$$t = 0 \text{ bo'lganda } vr = R, \quad \frac{dr}{dt} = v_0.$$

Bunda R - yerning radiusi, v_0 - otish tezligi.

$$\frac{dr}{dt} = v, \quad \frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dr} \cdot \frac{dr}{dt} = v \frac{dv}{dr}$$

deb belgilaymiz, v - harakat tezligi. (10) tenglamaga bu ifodalarni qo'yamiz:

$$v \frac{dv}{dr} = -k \frac{M}{r^2}.$$

O'zgaruvchilarni ajratamiz:

$$v dv = -kM \frac{dr}{r^2}.$$

Bu tenglamani integrallab,

$$\frac{v^2}{2} = kM \frac{1}{r} + C_1 \quad (11)$$

ekanini topamiz. Yer sirtida ($r=R$ bo'lganda) $v = v_0$ bo'lishidan foydalanib, C_1 ni topamiz:

$$\frac{v_0^2}{2} = kM \frac{1}{R} + C_1$$

ya'ni

$$C_1 = -kM \frac{1}{R} + \frac{v_0^2}{2}$$

C_1 ning topilgan bu qiymatini (11) tenglikka qo'yamiz:

$$\frac{v^2}{2} = kM \frac{1}{r} - kM \frac{1}{R} + \frac{v_0^2}{2}$$

yoki

$$\frac{v^2}{2} = kM \frac{1}{r} + \left(\frac{v_0^2}{2} - \frac{kM}{R} \right). \quad (12)$$

shartga ko'ra jism hamma vaqt tezligi musbat, ya'ni $\frac{v_0^2}{2} > 0$ bo'ladigan qilib harakat qilish kerak. Ammo $\frac{kM}{r}$ miqdor r cheksiz o'sib borganda har qanday kichik bo'lib qoladigan miqdor bo'lgani uchun $\frac{v_0^2}{2} > 0$ shart R ning har qanday qiymatida ham faqat

$$\frac{v_0^2}{2} - \frac{kM}{R} \geq 0 \quad (13)$$

yoki

$$v_0 \geq \sqrt{\frac{2kM}{R}}$$

Tengsizlik o'rinli bo'lgandagina bajariladi.

Demak eng kichik tezlik

$$v_0 = \sqrt{\frac{2kM}{R}} \quad (14)$$

Tenglik bilan aniqlanadi, bunda

$$k = 6,66 \cdot 10^{-8} \frac{sm^3}{g \cdot s^2}, \quad R = 63 \cdot 10^7 \text{ sm.}$$

Yer sirtida $r = R$ bo'lganda og'irlik kuchining tezlanishi g ($g = 981 \frac{sm}{s^2}$) ga teng bo'ladi. Bunga asosan (10) tenglikdan

$$g = \frac{kM}{R^2}$$

yoki

$$M = \frac{gR^2}{k}.$$

M ning bu qiymatini (14) formulaga qo'yamiz:

$$v_0 = \sqrt{2GR} = \sqrt{2 \cdot 981 \cdot 63 \cdot 10^7} \approx 11,2 \cdot 10^5 \frac{sm}{s} = 11,2 \frac{km}{s}.$$

MISOLLAR:

Misol 1:

$$y'' + (y')^2 = 0$$

Bu yerda y oshkor yo‘q. Demak, $y' = p(x)$, $y'' = p'$. Shunday qilib:

$$p' + p^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{dp}{dx} = -p^2$$

Bu ajratilgan o‘zgaruvchili tenglama:

$$\frac{dp}{p^2} = -dx \quad \Rightarrow \quad \int \frac{1}{p^2} dp = - \int dx$$

$$-\frac{1}{p} = -x + C_1 \quad \Rightarrow \quad p = \frac{1}{x - C_1}$$

Endi $y' = p = \frac{1}{x - C_1}$, integrallaymiz:

$$y = \ln |x - C_1| + C_2$$

Misol 2:

$$x^2 y'' + x y' = 0$$

Bu yerda y yo‘q. $y' = p$, $y'' = p'$. Tenglama:

$$x^2 p' + x p = 0 \quad \Rightarrow \quad p' + \frac{1}{x} p = 0$$

Bu chiziqli birinchi tartibli tenglama, Integratsiya qilamiz:

$$\frac{dp}{dx} + \frac{1}{x}p = 0 \Rightarrow p = \frac{C_1}{x}$$

$$\text{Endi } y' = \frac{C_1}{x} \Rightarrow y = C_1 \ln |x| + C_2$$

Misol 3 (Fizikadan):

Yagona harakatdagi jism uchun kuchlar ta'sirida:

$$my'' + k(y')^2 = 0$$

$y' = p, y'' = p'$, shuning uchun:

$$mp' + kp^2 = 0 \Rightarrow \frac{dp}{p^2} = -\frac{k}{m} dx$$

Yechib, keyinchalik y ni topamiz.

Mustaqil bajariladigan topshiriqlar:

1. Quyidagi tenglamalarni tartibini kamaytirish orqali yeching:

a) $y'' - y'(1 + y') = 0$

b) $y'' = \frac{1}{(y')^2}$

c) $y'' + \sin(y') = 0$

d) $y'' + \frac{y'}{x} = 0$

2. Fizik misol: Surunkali harakat qilayotgan jismning tenglamasi quyidagicha:

$$my'' + \mu mg = 0$$

bu yerda μ ishqalanish koeffitsienti. Tenglamani yeching.

Nazorat savollari:

1. Qanday hollarda differensial tenglamaning tartibini kamaytirish mumkin?
2. Noma'lum funksiya oshkor qatnashmagan differensial tenglama qanday yechiladi?
3. $y'' + y(y')^2 = 0$ tenglamasini qanday o'zgaruvchilar yordamida soddalashtirish mumkin?

4. Tartibini kamaytirish qaysi fizik muammolarda qo'llaniladi?
5. $y''=f(y')$ ko'rinishdagi tenglamaning umumiy yechish usuli qanday?