

## 8-mavzu: Elastik element (prujina)ga ulangan massaning harakati (Hooke qonuni asosida 2-tartibli tenglama bilan)

Hooke qonuni elastik jismlarning deformatsiyasi (cho‘zilishi yoki siqilishi) va unga qarshi yo‘nalgan elastik kuch orasidagi bog‘liqlikni ifodalaydi:

$$F = -kx$$

Bu yerda:

- $F$  — elastik kuch (N)
- $k$  — prujinaning qattqlik (elastiklik) koeffitsienti (N/m)
- $x$  — muvozanat holatidan og‘ish (cho‘zilish/siqilish miqdori)
- **Minus ishorasi** — kuch har doim muvozanat holatiga qarab yo‘nalganligini bildiradi.

Kuchlar tahlili:

Prujinaga ulangan massaga quyidagi kuchlar ta’sir qiladi:

1. Og‘irlik kuchi:

$$F_g = mg$$

2. Elastik kuch (Hooke kuchi):

$$F_e = -kx$$

3. Nyuton II qonuniga asosan inertsiya kuchi:

$$F = m \cdot a = m \cdot \frac{d^2x}{dt^2}$$

4. Tenglamani tuzamiz:

Prujinaning harakati uchun kuchlar muvozanatga keltiriladi:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = -kx \quad \Rightarrow \quad \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0$$

**1-topshiriq. Model tenglama tuzing**

Berilgan:

$$m = 1 \text{ kg}, k = 4 \text{ N/m}$$

Talaba quyidagilarni bajaradi:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 2$$

Tenglamani yozadi:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 4x = 0$$

## 2-topshiriq. Boshlang'ich shart asosida yechim

Berilgan:

$$x(0) = 0.1 \text{ m}, v(0) = 0$$

Yechim:

$$x(t) = A \cos(2t) + B \sin(2t) \Rightarrow A = 0.1, B = 0 \Rightarrow x(t) = 0.1 \cos(2t)$$

## 3-topshiriq. Massani o'zgartirib taqqoslang

Berilgan:

$$m = 2 \text{ kg}, k = 4 \text{ N/m}, x(0) = 0.1, v(0) = 0$$

Yechim:

$$\omega = \sqrt{2}, \quad x(t) = 0.1 \cos(\sqrt{2}t)$$

## Uyga vazifa

### ✓ 1. Hisoblashli masalalar

#### 1-masala.

Massasi  $m=2$  kg, qattqlik koeffitsienti  $k=8$  N/m bo'lgan prujinaga osilgan jism boshlang'ich holatda  $x(0)=0.05$  m,  $v(0)=0$  bo'lsa:

- a) Harakat tenglamasini tuzing
- b)  $x(t)$ ,  $v(t)$ ,  $a(t)$  funksiyalarini aniqlang
- c) Amplituda, burchak tezlik va davrni toping

- d) Grafik chizing

## 2-masala.

Quyidagi harakat berilgan:

$$x(t) = 0.03 \cos\left(5t + \frac{\pi}{6}\right)$$

- a) Harakatdagi jismning chastotasini va davrini hisoblang
- b) Tezlik va tezlanish funksiyalarini yozing
- c)  $t = 0$  va  $t = \frac{\pi}{10}$  da holat, tezlik va tezlanishni hisoblang
- d) Tezlik–cho‘zilish grafikini chizing

## 3-masala.

Jismga ulangan prujinaning qattiqligi 10 N/m. Jism tebranayotganida maksimal tezlik 0.4 m/s bo‘lsa, amplitudani toping.

### savollari

1. Hooke qonunining matematik ifodasini yozing.
2. Garmonik harakat tenglamasi qanday ko‘rinishda bo‘ladi?
3. Tebranish davri  $T$  va burchak tezlik  $\omega$  o‘rtasidagi bog‘liqlikni yozing.
4. Jismning harakati sinusoid ko‘rinishida bo‘lishi nimani anglatadi?
5. Tezlik va tezlanish funksiyalarini  $x(t)$  dan qanday hosil qilamiz?
6. Boshlang‘ich shartlar nima uchun kerak va qanday hisobga olinadi?
7. Prujina tebranishi qanday hollarda to‘xtaydi yoki o‘chadi?