

10-mavzu: Havo qarshiligi ta'sirida erkin tushayotgan jism harakati (og'irlik + qarshilik)

Havo qarshiligi bilan erkin tushish quyidagi kuchlar natijasida yuz beradi:

Og'irlik kuchi: $F_g = mg$

- Havo qarshiligi kuchi: $R(v)=kv$ (chiziqli model)

Nyutonning II qonuni asosida:

$$m \frac{dv}{dt} = mg - kv \quad (1)$$

Bu birinchi tartibli chiziqli differensial tenglama bo'lib, quyidagicha yechiladi:

$$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}v = g \Rightarrow v(t) = \frac{mg}{k} \left(1 - e^{-\frac{k}{m}t}\right)$$

Bu yerda $\frac{mg}{k} = v_{\text{term}}$ — terminal tezlik.

Amaliy topshiriqlar

1-topshiriq: Harakat tenglamasini tuzing

Massasi $m=10$ kg, havo qarshilik koeffitsienti $k=20$ kg/s bo'lgan jism uchun harakat tenglamasini tuzing.

Yechim:

$$m \frac{dv}{dt} = mg - kv \Rightarrow 10 \frac{dv}{dt} = 98 - 20v \Rightarrow \frac{dv}{dt} + 2v = 9.8$$

2-topshiriq: Yechimni toping

Yuqoridagi tenglamani yeching va $v(0)=0$ shartida tezlik ifodasini toping.

Yechim:

$$v(t) = 4.9(1 - e^{-2t})$$

3-topshiriq: Terminal tezlikni toping

Yechim ifodasidan foydalanib, terminal tezlikni hisoblang.

Yechim:

$$v_{\text{term}} = \lim_{t \rightarrow \infty} v(t) = 4.9 \text{ m/s}$$

4-topshiriq: Grafik chizing

Quyidagi jadval asosida $v(t)$ ning grafigini $t \in [0,5]$ oralig'ida chizing:

t (s)	$v(t) = 4.9(1 - e^{-2t})$
0	0.0
0.5	3.09
1	4.27
2	4.81
5	≈ 4.9

5-topshiriq (Mustaqil ish):

Massasi $m=5$ kg, havo qarshilik koeffitsienti $k=10$ kg/s. Quyidagi savollarga javob bering:

- Harakat tenglamasini tuzing
- Tezlik vaqt funksiyasini toping
- Terminal tezlikni hisoblang
- $v(1)$, $v(3)$ ni toping
- Grafik chizing

Test savollari

1. Havo qarshilik kuchi qanday fizik kattalikka bog'liq bo'ladi (chiziqli modelda)?

- Yo'lga
- Vaqtga
- Tezlikka
- Massaga

Javob: C

2. Quyidagi differensial tenglama nimani ifodalaydi?

$$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}v = g$$

- A) Sirt bo‘ylab harakat
- B) Erkin tushish
- C) Havo qarshilgisiz tushish
- D) Havo qarshiligida tushish

Javob: D

3. Terminal tezlik qanday aniqlanadi?

- A) $v = \frac{k}{mg}$
- B) $v = \frac{mg}{k}$
- C) $v = \frac{g}{m}$
- D) $v = \frac{m}{gk}$

Javob: B

4. Jism tezligi vaqt o‘tishi bilan qanday o‘zgaradi (chiziqli modelda)?

- A) Doimiy bo‘ladi
- B) Eksponensial kamayadi
- C) Eksponensial ortadi
- D) Sinusoidal o‘zgaradi

Javob: C

5. Havo qarshiligi mavjud bo‘lgan holatda jismning harakatiga qanday kuchlar ta’sir qiladi?

- A) Faqat og‘irlik kuchi
- B) Faqat qarshilik kuchi
- C) Og‘irlik va qarshilik kuchi
- D) Ishqalanish va og‘irlik kuchi

Javob: C

6. Quyidagi qaysi ifoda jismning tezligini ifodalaydi (chiziqli modelda)?

- A) $v(t) = gt$
- B) $v(t) = \frac{mg}{k}(1 - e^{-\frac{k}{m}t})$
- C) $v(t) = v_0 + gt$
- D) $v(t) = v_0e^{-\frac{k}{m}t}$

Javob: B

7. Jismning boshlang'ich tezligi nol bo'lsa, vaqt o'tishi bilan tezlik nima tomon intiladi?

- A) Nolga
- B) Cheksizlikka
- C) Terminal tezlikka
- D) Garmonik tebranishga

Javob: C

8. Agar $k \rightarrow 0$ bo'lsa, havo qarshiligi nolga teng bo'lsa, jism tezligi qanday bo'ladi?

- A) Eksponensial kamayadi
- B) Doimiy bo'ladi
- C) Chiziqli ortadi
- D) Kvadratik ortadi

Javob: C

Nazorat savollari

1. Havo qarshilik kuchi qanday fizik omillarga bog'liq bo'ladi? Qanday modellarda ifodalanadi?
2. Erkin tushayotgan jismga ta'sir qiluvchi kuchlarni izohlang. Harakat tenglamasini Nyutonning ikkinchi qonuniga asoslanib tuzing.
3. Chiziqli qarshilik modelida differensial tenglama qanday ko'rinishga ega bo'ladi?
4. Berilgan tenglama:

$$m \frac{dv}{dt} = mg - kv$$

Ushbu tenglamani umumiy ko'rinishga keltiring va qanday turdagi differensial tenglama ekanini aniqlang.

5. Yechimning umumiy ko'rinishi qanday? Boshlang'ich shart $v(0)=0$ bo'lsa, to'liq yechim qanday ifodalanadi?
6. Terminal tezlik nima? U qanday fizik ma'noga ega va qanday ifodalanadi?