

## 6-mavzu: Issiqlik o'tkazuvchanlik jarayonining differensial modeli (Fourier qonuni asosida)

Issiqlik o'tkazuvchanlikning differensial tenglamasi:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

Bu yerda:

- $T(x, t)$  — harorat,
- $\alpha = \frac{k}{\rho c}$  — issiqlik tarqalish koeffitsienti.

### 1-misol: Analitik yechim

#### Berilgan:

Novda uzunligi  $L=1$  m.

Boshlang'ich holat:

$$T(x, 0) = 100 \cdot \sin(\pi x)$$

Chegara shartlari:

$$T(0, t) = 0, \quad T(1, t) = 0$$

Issiqlik tarqalish koeffitsienti:  $\alpha=1$

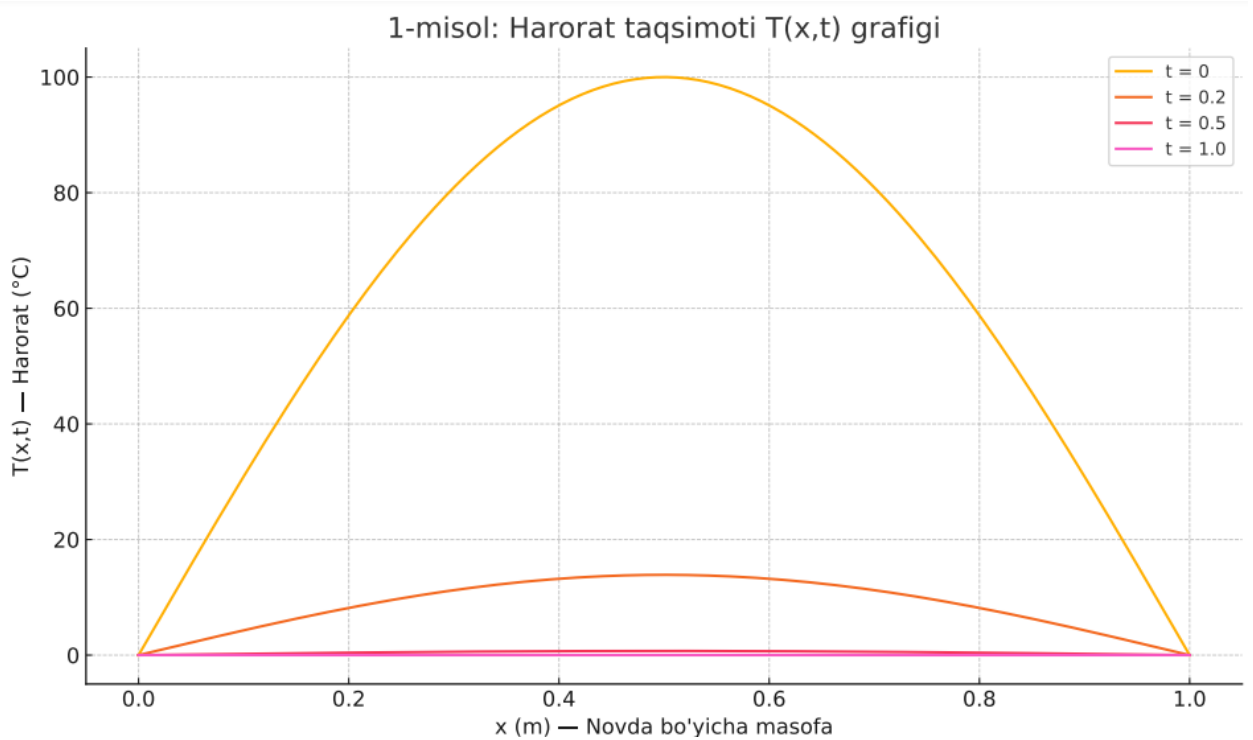
#### Yechim:

Bu muammo uchun analitik yechim quyidagicha:

$$T(x, t) = 100 \cdot \sin(\pi x) \cdot e^{-\pi^2 t}$$

Tahlil:

- Vaqt o'tishi bilan  $T(x, t) \rightarrow 0$  (harorat so'nadi).
- Harorat eng katta nuqtada  $x = 0.5$  da joylashgan.



### 1-masala. Model tuzish

Vazifa:

Novda uzunligi  $L=1$  m. Boshlang'ichda harorat:

$$T(x, 0) = 80x(1 - x)$$

Chegaralar:

$$T(0, t) = 0, \quad T(1, t) = 0$$

Topshiriq:

- Issiqlik o'tkazuvchanlik tenglamasini yozing.
- Boshlang'ich va chegara shartlarni aniqlang.
- Bu model fizik jihatdan nimani bildiradi?

### 2-masala. Analitik yechim

$$T(x, 0) = 100 \cdot \sin(\pi x), \quad T(0, t) = 0, \quad T(1, t) = 0, \quad \alpha = 1$$

Toping:

- Yechim  $T(x, t) = ?$
- $t = 0.3$  da  $x = 0.5$  uchun  $T(x, t)$  ni hisoblang.

3-masala. Chegara sharti bilan model tuzish

Novdani bir uchi izolyatsiyalangan, boshqa uchi doimiy haroratda ushlab turiladi:

$$\frac{\partial T}{\partial x}(0, t) = 0, \quad T(1, t) = 50$$

Boshlang'ich holat:  $T(x, 0) = 0$

Topshiriq:

- Fizik holatga mos matematik model tuzing.
- Bunday shartlar real hayotda qayerda uchraydi?

4-masala. Grafik tahlil

$$T(x, t) = 100 \cdot \sin(\pi x) \cdot e^{-\pi^2 t}$$

Topshiriq:

- $t=0, 0.2, 0.5, 1$  da grafik chizing.
- Harorat qanday o'zgaradi? Fizik talqin bering.

5-masala. Yuqori harmonik bilan boshlang'ich holat

$$T(x, 0) = 50 \cdot \sin(3\pi x)$$

Chegaralar:  $T(0, t) = T(1, t) = 0$

Toping:

- Analitik yechim  $T(x, t)$  ni yozing.
- $t=0.5$  da maksimal haroratni toping.

6-masala. Issiqlik tarqalish koeffitsienti hisoblash

Berilgan:

- $k = 401 \text{ W/m} \cdot \text{K}$
- $\rho = 8900 \text{ kg/m}^3$
- $c = 385 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$

### Toping:

- $\alpha = \frac{k}{\rho c}$  ni hisoblang.
- Bu qiymat qanday fizik ma'noga ega?

7-masala. Kompyuter modeli (dastur bilan)

Python kodidan foydalanib quyidagi funksiya uchun grafik chizing:

$$T(x, t) = 60 \cdot \sin(\pi x) \cdot e^{-4\pi^2 t}$$

Savollar:

- Grafikni tahlil qiling.
- Harorat qanday kamayadi? Qanday nuqtada maksimal?

8-masala. Fourier qatorli boshlang'ich holat

$$T(x, 0) = 50 \cdot \sin(\pi x) + 30 \cdot \sin(3\pi x)$$

Topshiriq:

- Bu holatga yechim  $T(x, t)$  qanday ko'rinishda bo'ladi?
- Ikkita harmonik qanday vaqt o'tishi bilan so'nadi?

9-masala. Chegara shartlari solishtirilsin

Quyidagi uchta holatda issiqlik oqimini taqqoslang:

1.  $T(0, t) = T(1, t) = 0$
2.  $\frac{\partial T}{\partial x}(0, t) = 0, \quad T(1, t) = 100$
3.  $-k \frac{\partial T}{\partial x}(0, t) = h(T - T_{\text{tashqi}})$

Topshiriq:

- Har bir holat qayerda uchraydi?
- Fizik ma'nosini yozing.

**TEST SAVOLLARI**

1. Issiqlik o'tkazuvchanlik tenglamasi qanday turdagi differensial tenglama hisoblanadi?

- A) Gipobolik
- B) Giperbolik
- C) Parabolik
- D) Elliptik

✓ **To'g'ri javob: C**

2. Fourier qonuni qanday fizik kattaliklar orasidagi bog'lanishni ifodalaydi?

- A) Kuch va tezlik
- B) Harorat va vaqt
- C) Issiqlik oqimi va harorat gradiyenti
- D) Energiya va kuchlanish

✓ **To'g'ri javob: C**

3. Issiqlik tarqalish koeffitsienti  $\alpha$  qanday aniqlanadi?

- A)  $\alpha = \rho c$
- B)  $\alpha = \frac{c}{k\rho}$
- C)  $\alpha = \frac{k}{\rho c}$
- D)  $\alpha = \frac{k\rho}{c}$

✓ **To'g'ri javob: C**

4. Quyidagi shart qaysi turdagi chegara shartiga tegishli?

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0$$

- A) Dirixle
- B) Robin
- C) Aralash
- D) Noyman

✓ **To'g'ri javob: D**

5. Harorat funksiyasi

$$T(x, t) = 100 \cdot \sin(\pi x) \cdot e^{-\pi^2 t}$$

qanday jarayonni ifodalaydi?

- A) Harorat ortib borishi
- B) Harorat pulsatsiyasi
- C) Haroratning tarqalishi va soʻnishi
- D) Doimiy harorat

✓ **Toʻgʻri javob: C**

6. Quyidagi ifoda qaysi jarayonga mos keladi?

$$T(x, t) = 0$$

- A) Chegarada harorat doimiy  $0^{\circ}\text{C}$
- B) Issiqlik oqimi maksimal
- C) Novda qizitilmoqda
- D) Harorat vaqt oʻtishi bilan ortmoqda

✓ **Toʻgʻri javob: A**

#### NAZORAT SAVOLLARI (Yozma yoki ogʻzaki nazorat uchun)

1. Issiqlik oʻtkazuvchanlik jarayonining differensial modeli qanday tenglama orqali ifodalanadi? U qanday fizik qonunga asoslanadi?
2. Fourier qonunining matematik ifodasi va fizik maʼnosi nimadan iborat?
3. Issiqlik tarqalish koeffitsienti  $\alpha$  qanday aniqlanadi va uning fizik mazmunini tushuntiring.
4. Issiqlik oʻtkazuvchanlik tenglamasining bir oʻlchovli koʻrinishini yozing va har bir hadning fizik maʼnosini izohlang.
5. Boshlangʻich shart va chegara shartlari issiqlik oʻtkazuvchanlik tenglamasida qanday rol oʻynaydi?
6. Dirixle, Noyman va Robin turidagi chegara shartlariga misollar keltiring va ular orasidagi farqni tushuntiring.