



**10-mavzu: Havo qarshiligi ta'sirida erkin  
tushayotgan jism harakati  
(og'irlik + qarshilik)**

## Reja:

- ▶ Erkin tushish va Nyutonning ikkinchi qonuni
- ▶ Havo qarshiligi kuchining fizik modeli
- ▶ Harakat tenglamasini tuzish
- ▶ Differensial tenglamani yechish va umumiy yechim
- ▶ Terminal tezlik tushunchasi
- ▶ Grafik tahlil va fizik talqin

## 1. Erkin tushish va Nyutonning ikkinchi qonuni

Erkin tushayotgan jismga faqat og'irlik kuchi (gravitatsion kuch) ta'sir qiladi:

$$F_g = m g$$

Ammo agar jism havo muhitida harakat qilsa, unga havo qarshilik kuchi ham ta'sir qiladi. Shuning uchun jism harakati Nyutonning ikkinchi qonuni asosida quyidagicha yoziladi:

$$m a = m g - R(v)$$

bu yerda:

$R(v)$  — havo qarshiligi kuchi (tezlikka bog'liq),

$a = \frac{dv}{dt}$  — tezlanish,  $m$  — jism massasi,

$g$  — erkin tushish tezlanishi.

## 2. Havo qarshiligi kuchining fizik modeli

Havo qarshilik kuchi, odatda, tezlikka bog'liq bo'ladi. Modellarning ikki turi keng qo'llanadi:

Chiziqli model:

$$R(v) = kv$$

Bu model past tezliklarda to'g'ri keladi (masalan, kichik zarrachalar).

Kvadratik model:

$$R(v) = kv^2$$

Bu model yuqori tezlikda (parashyutchining tushishi, avtomobil harakati) to'g'ri keladi.

### 3. Harakat tenglamasini tuzish

Chiziqli model uchun:

$$m \frac{dv}{dt} = mg - kv$$

Bu — birinchi tartibli chiziqli differensial tenglama.

Uni quyidagicha yozish mumkin:

$$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}v = g$$

### 4. Differensial tenglamani yechish

Tenglama:

$$\frac{dv}{dt} + \frac{k}{m}v = g$$

Bu tenglama birinchi tartibli chiziqli tenglama bo'lib, uni integrallash uchun ko'paytuvchi funksiyadan foydalanamiz:

Integrallovchi ko'paytuvchi:

$$\mu(t) = e^{\frac{k}{m}t}$$

Ko'paytiramiz:

$$\frac{d}{dt} \left( v \cdot e^{\frac{k}{m}t} \right) = g e^{\frac{k}{m}t}$$

Integrallaymiz:

$$v \cdot e^{\frac{k}{m}t} = \frac{m g}{k} e^{\frac{k}{m}t} + C \Rightarrow v(t) = \frac{m g}{k} + C e^{-\frac{k}{m}t}$$

Agar boshlang'ich tezlik  $v_0 = 0$  bo'lsa, unda:

$$C = -\frac{m g}{k} \Rightarrow v(t) = \frac{m g}{k} \left( 1 - e^{-\frac{k}{m}t} \right)$$

## 5. Terminal tezlik tushunchasi

Terminal (muvozanat) tezlik — vaqt o‘tishi bilan jism tezligi ma’lum bir maksimal qiymatga yaqinlashadi:

$$v_{term} = \lim_{t \rightarrow \infty} v(t) = \frac{mg}{k}$$

Bu shuni anglatadiki, havo qarshiligi og‘irlik kuchini qoplay boshlaydi, va jism tezligi o‘zgarmay qoladi.

## Misollar

1-misol: Harakat tenglamasini tuzing

Massasi  $m=10$  kg, havo qarshilik koeffitsienti  $k=20$  kg/s bo'lgan jism uchun harakat tenglamasini tuzing.

Yechim:

$$m \frac{dv}{dt} = mg - kv$$

$$10 \frac{dv}{dt} = 98 - 20v$$

$$\frac{dv}{dt} + 2v = 9,8$$

2-misol: Yechimni toping

Yuqoridagi tenglamani yeching va  $v_0 = 0$  shartida tezlik ifodasini toping.

Yechim:

$$v(t) = 4,9(1 - e^{-2t})$$

3-misol: Terminal tezlikni toping

Yechim ifodasidan foydalanib, terminal tezlikni hisoblang.

Yechim:

$$v_{term} = \lim_{t \rightarrow \infty} v(t) = 4,9 \frac{m}{s}$$

## Nazorat savollari

- ▶ Havo qarshilik kuchi qanday modellarga ega? Qachon qaysi biri qoʻllanadi?
- ▶ Nyutonning ikkinchi qonuni asosida erkin tushayotgan jism uchun qanday tenglama tuziladi?
- ▶ Chiziqli havo qarshiligi uchun differensial tenglama qanday yechiladi?
- ▶ Terminal tezlik nima va u qanday aniqlanadi?
- ▶ Tezlik vaqtga bogʻliq grafik qanaqa koʻrinishga ega?