


**6-MA'RUZA: ISSIQLIK O'TKAZUVCHANLIK
JARAYONINING DIFFERENSIAL MODELI
(FOURIER QONUNI ASOSIDA)**

Reja

- ▶ Issiqlik almashinuv usullari haqida umumiy tushuncha
 - ▶ Fourier qonunining fizik va matematik ifodasi
 - ▶ Issiqlik o'tkazuvchanlikning differensial tenglamasi
 - ▶ Tenglama uchun boshlang'ich va chegara shartlar
 - ▶ Modellash va masalalar yechimi
 - ▶ Fizik talqin va amaliy qo'llanilishi
- 

1. Issiqlik almashinuv usullari haqida umumiy tushuncha

Issiqlik almashinuv — bu jismlar orasida yoki bir jism ichida harorat farqi sababli energiyaning bir holatdan boshqasiga o‘tish jarayonidir. Tabiatda issiqlik energiyasi uch asosiy usul bilan tarqaladi:

1.1. Issiqlik o‘tkazuvchanlik (konduksiya)

Bu usulda issiqlik modda zarralarining mikroskopik harakati natijasida bir nuqtadan ikkinchisiga o‘tadi. Molekulalar to‘qnashuvi yoki tebranishi orqali energiya uzatiladi.

Faqat qattiq jismlarda, ayrim hollarda suyuqlik va gazlarda ham kuzatiladi.

Harakat molekulalarning joyidan siljimasdan sodir bo‘ladi.

Harorat baland bo‘lgan joydan past haroratli tomonga issiqlik oqadi.

Misollar:

Metall tayoqning bir uchi qizdirilsa, ikkinchi uchi ham asta-sekin qiziydi.

Binolarning devorlaridan issiqlikning chiqib ketishi.

1.2. Konveksiya (suyuqlik va gazlarda issiqlik almashinuvi)

Konveksiya — bu issiqlik energiyasining suyuqlik yoki gaz zarrachalarining makroskopik harakati orqali tarqalishidir.

Tabiiy konveksiya: issiq va sovuq zarralar zichligi farqi tufayli harakat sodir bo‘ladi (masalan, havoning yuqoriga ko‘tarilishi).

Majburiy konveksiya: tashqi ta’sir, masalan, fan yoki nasos orqali oqim hosil qilinadi.

Misollar:

Issiq suvning yuqoriga, sovuq suvning pastga harakatlanishi.

Radiator atrofidagi havo oqimi.

1.3. Nurlanish (radiatsiya)

Issiqlik elektromagnit to'liqlar orqali, vakuumda ham tarqaladi. Bu usulda issiqlik energiyasi nurlanish shaklida uzatiladi.

Nurlanish haroratga bog'liq: harorat oshgan sari nurlanish kuchayadi.

Har qanday modda (hatto sovuq jismlar ham) nurlanadi, lekin issiq jismlar ko'proq.

Misollar:

Quyoshdan Yerga kelayotgan issiqlik.

Pechkadan chiqayotgan infraqizil nurlar.

2. Fourier qonunining fizik va matematik ifodasi

Fizik mazmuni:

Fourier qonuni issiqlik o'tkazuvchanlik jarayonida issiqlik oqimining yo'nalishini va intensivligini tavsiflaydi. Bu qonun quyidagicha tushuntiriladi:

Harorat farqi mavjud bo'lgan har qanday muhitda issiqlik yuqori haroratli sohalardan past haroratli sohalarga qarab oqadi, va bu oqim harorat graidentiga proporsional bo'ladi.

Yuqori haroratli nuqtadagi molekulalar ko‘proq energiyaga ega bo‘ladi va ular past haroratli molekulalarga energiyasini uzatadi. Bu jarayon mikroskopik tebranishlar va to‘qnashuvlar orqali amalga oshadi.

Matematik ifodasi

$$q = -k \frac{\partial T}{\partial x}$$

Bu yerda:

Berilgan	Ma’nosi	Birlik (SI)
q	Issiqlik oqimi zichligi (issiqlik oqimi tezligi)	$\frac{W}{m^2}$
k	Issiqlik o‘tkazuvchanlik koeffitsienti	$\frac{W}{m \cdot K}$
$\frac{\partial T}{\partial x}$	Harorat graidenti (x yo‘nalishda)	$\frac{K}{m}$
- belgisi	Issiqlik oqimi harorat kamayadigan yo‘nalishda ekanligini bildiradi	-

Fourier qonunining fizik mohiyati:

Issiqlik oqimi har doim **harorat kamayadigan yoʻnalishda** boʻladi.

Issiqlik oqimining **kattaligi harorat graidentiga proporsional**.

Issiqlik oʻtkazuvchanlik koeffitsienti κ moddaning turiga, holatiga (qattiq, suyuq, gaz) va haroratga bogʻliq.

κ yuqori boʻlgan materiallar (masalan, mis, alyuminiy) — **yaxshi issiqlik oʻtkazuvchilar** hisoblanadi.

κ kichik boʻlgan materiallar (masalan, yogʻoch, plastmassa) — **issiqlik izolyatorlari** hisoblanadi.

3.Issiqlik oʻtkazuvchanlikning differensial tenglamasi

Issiqlik oʻtkazuvchanlikning differensial tenglamasi issiqlik energiyasining jism ichida qanday tarqalishini matematik tarzda ifodalovchi tenglamadir. U **Fourier qonuni** va **energiyaning saqlanish qonuni** asosida hosil qilinadi. Bu tenglama issiqlik oʻtkazish jarayonining nazariy asosini tashkil etadi.

1. Fourier qonuni (bir o'lchovli hol uchun)

Issiqlik oqimi zichligi (issiqlik oqimi miqdori birlik yuzaga bir sekundda o'tuvchi energiya):

$$q = -k \frac{\partial T}{\partial x}$$

bu yerda:

2. Issiqlik energiyasining saqlanish qonuni

Biror tananing elementar hajmida issiqlik energiyasi saqlanishi:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = - \frac{\partial q}{\partial x}$$

ρ - mddaning zichligi $\left(\frac{kg}{m^3}\right)$

c - moddaning issiqlik sig'imi $\left(\frac{J}{kg \cdot K}\right)$

$\frac{\partial T}{\partial t}$ - vaqt bo'yicha harorat o'zgarishi.

3.Issiqlik o'tkazuvchanlikning differensial tenglamasi (Fourier tenglamasi)

Yuqoridagi ikki tenglamani birlashtiramiz:

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right)$$

Agar k - doimiy bo'lsa (bir jinsli muhit):

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

Bu yerda:

$\alpha = \frac{k}{\rho c}$ -issiqlik o'tkazuvchanlik koeffitsienti yoki issiqlik tarqalish koeffitsienti

$$\left(\frac{m^2}{s} \right)$$

4. Uch o'lchovli umumiy ko'rinishi

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right)$$

Bu tenglama **parabolik turdagi differensial tenglama** bo'lib, u haroratning fazoda va vaqt bo'yicha qanday o'zgarishini ifodalaydi.

5. Amaliy misol (grafikli)

Misol: Bir o'lchovli novda (stavka) boshida qizdirilgan va issiqlik chetga qarab tarqaladi.

Bosh shart:

$$T(x, 0) = T_0(x)$$

Chegara shartlari:

$$T(x, 0) = T_L, \quad T(L, t) = T_R$$

Tenglama:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

Bu muammo grafikda $T(x,t)$ funksiyasi orqali ko'rsatiladi — vaqt o'tishi bilan harorat tarqaladi.

1. Boshlang'ich shart (Initial condition)

Bu shart vaqtning boshlanishida ($t=0$) butun sohadagi harorat taqsimotini ifodalaydi:

$$T(x, 0) = f(x), \text{ bunda } a \leq x \leq b$$

Bu yerda:

$f(x)$ - dastlabki harorat taqsimoti,

x – fazodagi koordinata,

$t = 0$ – boshlanish vaqti.

Fizik mazmuni: vaqt boshida har bir nuqtadagi haroratni belgilaydi.

2. Chegara shartlari (Boundary conditions)

Bu shartlar jismning chegara nuqtalaridagi harorat yoki issiqlik oqimini belgilaydi.

(a) Dirixle turi (berilgan harorat)

$$T(a, t) = T_1(t), \quad T(b, t) = T_2(t)$$

Bu shart haroratning berilganligini bildiradi. Masalan, novdaning uchlari doimiy haroratda ushlab turiladi.

(b) Noyman turi (berilgan issiqlik oqimi)

$$\frac{\partial T}{\partial x}(a, t) = q_1(t), \quad \frac{\partial T}{\partial x}(b, t) = q_2(t)$$

Bu shart **issiqlik oqimi** (yoki issiqlik oqimi zichligi) berilganligini bildiradi. Fizik jihatdan — qandaydir issiqlik miqdori tashqariga chiqayotganini yoki kirmayotganini bildiradi.

5. Modellash va masalalar yechimi

1. Fizik modelni yaratish (moddiy model)

Masala: 1 metr uzunlikdagi metall novda boshida qizdirilgan. Novdaning uchlari sovuq muhitga tutashgan va haroratini o'zgartirmaydi. Vaqt o'tishi bilan harorat novda bo'ylab tarqaladi.

2. Matematik model

Tenglama (issiqlik o'tkazuvchanlik):

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \quad 0 < x < 1, \quad t > 0.$$

Boshlang'ich shart:

$$T(x, 0) = 100 \cdot \sin(\pi x)$$

Chegara shartlar (Dirixle turi):

$$T(x, 0) = 0, \quad T(x, 1) = 0$$

$$T(x, 0) = 0, T(x, 1) = 0$$

Bu yerda

$T(x, t)$ – nuqta x da va vaqt t da harorat.

α - issiqlik tarqalish koeffitsienti (masalan $\alpha = 1$).

3. Analitik yechim (Ajratish usuli bilan)

Bu masala klassik bo‘lib, yechim shakli quyidagicha bo‘ladi:

$$T(x, 0) = 100 \cdot \sin(\pi x) \cdot e^{-\pi^2 \alpha t}$$

Bu formulada:

$\sin(\pi x)$ - boshlang‘ich taqsimotning x funksiyasi,

$e^{-\pi^2 \alpha t}$ - vaqt o‘tishi bilan haroratning so‘nishi.

4. Natijani tahlil qilish

$$t = 0 \text{ da : } T(x, 0) = 100 \cdot \sin(\pi x) \cdot e^{-\pi^2 \alpha t}$$

$t \rightarrow \infty$ da : $T(x, t) \rightarrow 0$ – ya'ni butun navda sovib boradi.

Grafik bilan modellashtirish (qisqacha tavsif)

t vaqt	Harorat taqsimoti
$t = 0$	Harorat eng yuqori nuqtada, sinus shaklida
$t = 0,1$	Harorat kamaygan, lekin shakli saqlangan
$t = 0,5$	Harorat ancha soʻnib qolgan
$t \rightarrow \infty$	Harorat nolga intiladi (barqaror holat)

6. Fizik talqin va amaliy qo'llanilishi

1. Fizik talqin

Issiqlik harakati mohiyati: Harorat yuqori bo'lgan sohalardan past bo'lgan sohalarga qarab issiqlik oqimi yuzaga keladi.

Bu harakat Fourier qonuni asosida tasvirlanadi.

Haroratning o'zgarishi fazoda va vaqt bo'yicha qanday kechishini issiqlik o'tkazuvchanlik tenglamasi ifodalaydi.

Tenglama shakli:
$$\frac{\partial T}{\partial x} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

Bu yerda:

$\frac{\partial T}{\partial x}$: vaqt bo'yicha haroratning o'zgarishi,

$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$: fazodagi haroratning egilishi (gradienti),

α : issiqlik tarqalish koeffitsienti.

► **Fizik mazmun:**

Agar α katta bo'lsa — issiqlik tezroq tarqaladi.

Haroratning egilishi qancha katta bo'lsa — issiqlik oqimi kuchliroq bo'ladi.

2. Amaliy qo'llanilishi

1. Qurilish muhandisligi

Devor, tom va polning **issiqlik izolyatsiyasini** hisoblash.

Binolarni energetik samarali loyihalash (masalan, issiq uylar).

2. Energetika

Issiqlik almashinish apparatlari (masalan, radiatorlar, sovutgichlar) dizayni.

Elektr stansiyalarida issiqlik samaradorligini oshirish.

3. Elektronika

Mikrochiplar va protsessorlarda issiqlik tarqalishini boshqarish.

Termal dizayn — chipning ortiqcha qizib ketishining oldini olish.

4. Metallurgiya va materialshunoslik

Metallni eritish, quyish, qotish jarayonlarida harorat taqsimotini boshqarish.

Termik ishlov berish: soʻndirish, tavlash, qotirish.

5. Tibbiyot

Termoterapiya, krioterapiya va fizioterapiya usullarida tananing haroratini nazorat qilish.

Sunʼiy organlar (masalan, yurak nasosi) ichidagi issiqlik oqimini hisoblash.

6. Geofizika va atrof-muhit

Yer qobigʻida issiqlik oqimini oʻrganish (vulkanlar, geotermal manbalar).

Neft/gaz quvurlarida harorat taqsimotini aniqlash.

Nazariy savollar (asosiy tushunchalar uchun)

- ▶ Issiqlik o'tkazuvchanlik nima va uning fizik mohiyatini tushuntiring.
- ▶ Issiqlik oqimi zichligi qanday aniqlanadi?
- ▶ Fourier qonunining matematik ifodasini yozing va fizik ma'nosini tushuntiring.
- ▶ Issiqlik tarqalish koeffitsienti α nima va qanday aniqlanadi?
- ▶ Issiqlik o'tkazuvchanlikning umumiy differensial tenglamasini yozing.
- ▶ Bir o'lchovli issiqlik o'tkazuvchanlik tenglamasi qanday ko'rinishga ega?
- ▶ Uch o'lchovli issiqlik o'tkazuvchanlik tenglamasini yozing.
- ▶ Issiqlik o'tkazuvchanlik tenglamasi qanday turdagi differensial tenglama hisoblanadi?